Jochen Weber

Aufgaben zum Kreis

1.0 Ein Hochrad hat vorne ein Rad mit 50 Zoll Durchmesser und hinten eines mit 20 Zoll Durchmesser (1 Zoll = 2,54 cm).

1.1 Ermitteln Sie, wie weit der Fahrer kommt, wenn das Vorderrad 500 Umdrehungen macht.
Bestimmen Sie, wie oft sich dabei das Hinterrad dreht.

1.2 Berechnen Sie, wie oft sich die Räder auf einer Wegstrecke von 15 km drehen.

2 Zwei konzentrische Kreise mit den Radien r_1 = 12 cm und r_2 = 3 cm begrenzen einen Kreisring.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Kreisrings.

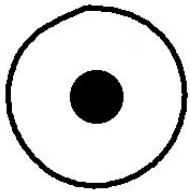
3.0 Ein Quadrat hat den gleichen Flächeninhalt wie ein Kreis mit Radius r = 8,3 cm.

3.1 Berechnen Sie die Seitenlänge des Quadrats.

3.2 Ermitteln Sie, um wie viel Prozent der Umfang des Quadrates größer ist als der des Kreises.

4 Ein Quadrat hat die Seitenlänge a = 8 cm.
Berechnen Sie Radius, Flächeninhalt und Umfang des In- und Umkreises.

5 Um einen Tennisball mit 6,5 cm Durchmesser wird straff eine Schnur gelegt. Man verlängert sie um einen Meter und legt sie wieder um einen Tennisball (siehe Skizze !). Berechnen Sie d.



6 Denken Sie sich in gleicher Weise längs des Äquators eine Schnur um die Erde gelegt und dann ebenfalls um 1 m verlängert.
Berechnen Sie, ob man den Tennisball unter der Schnur hindurchrollen (Erdradius: 6370 km) kann.

Lösungen

1.1

$50\,\text{Zoll} = 127\,\text{cm} \qquad 20\,\text{Zoll} = 50{,}8\,\text{cm}$

Wegstrecke des Vorderrades bei einer Umdrehung:

$U = 2 \cdot \pi \cdot r = d \cdot \pi = 127 \cdot \pi = 398{,}98\,\text{cm}$

$\Rightarrow 500\,\text{Umdrehungen}:\ 500 \cdot 398{,}98 = 199491{,}13\,\text{cm} = 1994{,}91\,\text{m}$

Wegstrecke des Hinterrades bei einer Umdrehung:

$U = 2 \cdot \pi \cdot r = d \cdot \pi = 50{,}8 \cdot \pi = 159{,}59\,\text{cm}$

$159{,}59\,\text{cm} \qquad 1\,\text{Umdrehung}$

$199491{,}13\,\text{cm} \quad x\,\text{Umdrehungen} \qquad \Rightarrow x = \dfrac{199491{,}13}{159{,}59} = 1250$

Das Hinterrad macht ungefähr 1250 Umdrehungen.

1.2

$\text{Großes Rad}:$

$398{,}98\,\text{cm} \qquad 1\,\text{Umdrehung}$

$1500000\,\text{cm} \quad x\,\text{Umdrehungen} \qquad \Rightarrow x = \dfrac{1500000}{398{,}98} = 3759$

Das Vorderrad macht ungefähr 3759 Umdrehungen

$\text{Kleines Rad}:$

$159{,}59\,\text{cm} \qquad 1\,\text{Umdrehung}$

$1500000\,\text{cm} \quad x\,\text{Umdrehungen} \qquad \Rightarrow x = \dfrac{1500000}{159{,}59} = 9399$

Das Hinterrad macht ungefähr 9399 Umdrehungen

2

$A_{\text{Kreisring}} = A_{\text{Großer Kreis}} - A_{\text{Kleiner Kreis}}$

$A_{\text{Großer Kreis}} = r_1^2 \pi = 12^2 \cdot \pi = 452{,}39\,\text{cm}^2$

$A_{\text{Kleiner Kreis}} = r_2^2 \pi = 3^2 \cdot \pi = 28{,}27\,\text{cm}^2$

$A_{\text{Kreisring}} = 452{,}39 - 28{,}27 = 424{,}12\,\text{cm}^2$

3.1

Flächeninhalt des Kreises: $A = r^2 \cdot \pi = (8{,}3)^2 \cdot \pi = 216{,}42\,\text{cm}^2$

Flächeninhalt des Quadrats: $A = a \cdot a = 216{,}42\,\text{cm}^2 \Rightarrow a^2 = 216{,}42 \Rightarrow a = 14{,}71$

3.2

Umfang Kreis: $U=2r\pi=2\cdot 8{,}3\cdot\pi=52{,}15$ cm

Umfang Quadrat: $U=4a=4\cdot 14{,}71=58{,}84$ cm

52,15 100%

58,84 x% $\Rightarrow x=\frac{58{,}84\cdot 100}{52{,}15}=112{,}83\%$

Der Umfang des Quadrats ist um 12,83% größer

4

$\text{Inkreis}: r_i = 4\,\text{cm}$

$\Rightarrow A = 4^2\cdot\pi = 50{,}27\,\text{cm}^2 \qquad U = 2\cdot 4\cdot\pi = 25{,}13\,\text{cm}$

$\text{Umkreis}: (r_u)^2 = 4^2+4^2 \Rightarrow (r_u)^2 = 32 \Rightarrow r_u = 5{,}66\,\text{cm}$

$\Rightarrow A = (5{,}66)^2\cdot\pi = 100{,}64\,\text{cm}^2 \qquad U = 2\cdot 5{,}66\cdot\pi = 35{,}56\,\text{cm}$

5

$d = r_1 - r_2$

$U_{\text{Tennisball}} = 2\cdot r\cdot\pi = 6{,}5\cdot\pi = 20{,}42\,\text{cm}$

$U_{\text{Kreis}} = 1+20{,}42 = 120{,}42\,\text{cm}$

$U_{\text{Kreis}} = 2\cdot r_1\cdot\pi = 120{,}42\,\text{cm} \Rightarrow r_1 = 19{,}17\,\text{cm}$

$\Rightarrow d = 19{,}17 - \frac{6{,}5}{2} = 15{,}92\,\text{cm}$

6

$U_{\text{Erde}} = 2\cdot r\cdot\pi = 2\cdot 6370\cdot\pi = 40023{,}89041\,\text{km}$

$U_{\text{Kreis}} = 1+40023890{,}41 = 40023891{,}41\,\text{m}$

$U_{\text{Kreis}} = 2\cdot r_k\cdot\pi = 40023891{,}41 \Rightarrow r_k = 6370000{,}159\,\text{m}$

$\Rightarrow r_k - r_{\text{Erde}} = 6370000{,}159 - 6370000 = 0{,}159\,\text{m} = 15{,}9\,\text{cm}$

Man kann den Tennisball unter der Schnur hindurchrollen